

**Exercice 1 :** (3 points)

Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan . On donne les points $A(-1, -4)$; $B(1,2)$; $C(8,3)$ et $D(m, 5)$ où m est un réel.

Pour chacune des propositions suivantes dire si elle est **vraie** ou **fausse** , en justifiant votre réponse.

- 1) (A , B et D sont alignés) \Leftrightarrow ($m = 2$) .
- 2) $(AB) \perp (CD) \Leftrightarrow$ ($m = -2$) .
- 3) Si G est le barycentre des points pondérés (A , 2) et (B , 3) alors A est le barycentre des points pondérés (G , 5) et (B , 3) .

Exercice 2 : (6 points)

On considère l'équation (E) : $2x^2 - 5x - 3 = 0$.

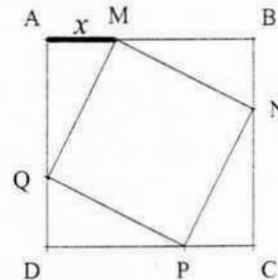
- 1) a) Sans calculer Δ , montrer que l'équation (E) possède deux solutions x' et x'' , distinctes et de signes contraires.
- b) Sans calculer x' et x'' , donner les valeurs des réels suivants :

$$A = \left| \frac{1}{x'} + \frac{1}{x''} \right| \quad ; \quad B = \frac{x'}{(x'')^2 + 2} + \frac{x''}{(x')^2 + 2}$$
- c) Comparer x' et x'' avec le réel 1 , sachant que $x' < x''$.
- 2) a) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $2x^2 - 5x - 3 \geq 0$.
- b) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $\sqrt{2x^2 - 5x - 3} < x - 1$.
- 3) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on note : $P(x) = (3x^2 + 2x - 1)^2 - (x^2 + 7x + 2)^2$.
 - a) Dresser le tableau de signe de $P(x)$.
 - b) Ranger par ordre croissant les réels : $P(-4)$; $P\left(\frac{-1}{2}\right)$ et $P(2)$.

Exercice 3 : (4 points)

On considère un carré ABCD tel que $AB = 4$ et un carré MNPQ, inscrit dans ABCD, et tel que $AM = BN = CP = DQ = x$

- 1) a) A quel intervalle I , x appartient-il ?
- b) Calculer MN en fonction de x .
- c) En déduire que l'aire du carré MNPQ, est $A(x) = 2x^2 - 8x + 16$.
- d) Pour quelles valeurs de x , l'aire $A(x)$ est-elle minimale ?
Faire la figure correspondant.
- 2) a) En encadrant $A(x)$ trouver les valeurs entre lesquelles elle varie .
- b) Pour quelles valeurs de x a-t-on $A(x) = 10$?
- c) Pour quelles valeurs de x a-t-on $A(x) > 10$?

**Exercice 4 :** (7 points)

On considère un triangle ABC du plan tel que $AB = 4$; $AC = 3$ et $BC = 6$. On note G le barycentre des points pondérés (B,3) et (C,4) et I et J les points définies par : $\vec{AI} = \frac{3}{7}\vec{AB}$ et $\vec{AJ} = \frac{4}{7}\vec{AC}$.

- 1) a) Faites une figure et placer les points I , J et G.
- b) Montrer que $AI = AJ$.
- c) Montrer que le quadrilatère AIGJ est un losange .
- 2) Soit K le barycentre des points pondérés (A,5) ; (B,3) et (C ,4).
Montrer que les points A , G et K sont alignés .
- 3) Soit A' le barycentre des points pondérés (B,4) et (C,1) et B' celui des points pondérés (A,5) et (C,-1).
Montrer que les droites (AA') et (BB') sont parallèles .
- 4) On note O le milieu de [AB] et H le barycentre des points pondérés (A,2) et (C,4).
 - a) Montrer que K est le milieu de [OH].
 - b) Montrer que pour tout point M du plan : $\vec{MA} + 3\vec{MB} - 4\vec{MC} = -7\vec{IJ}$.
 - c) Déterminer et construire l'ensemble \mathcal{C} des points M tels que :

$$7\|\vec{5MA} + 3\vec{MB} + 4\vec{MC}\| = 12\|\vec{MA} + 3\vec{MB} - 4\vec{MC}\|$$